

# Uso del algoritmo de optimización de colonia de hormigas - Introducción

*Conceptos. Optimización en el diseño de una estructura.*

## Conceptos

### Referencia

Sergio Alonso, Oscar Cordón, Iñaki Fernández de Viana, Francisco Herrera (Universidad de Granada, España). *La Metaheurística de Optimización Basada en Colonias de Hormigas: Modelos y Nuevos Enfoques*. Trabajo realizado en el marco del proyecto *Mejora de Metaheurísticas mediante Hibridación y sus Aplicaciones*, de la Universidad de Granada, España. 2004.

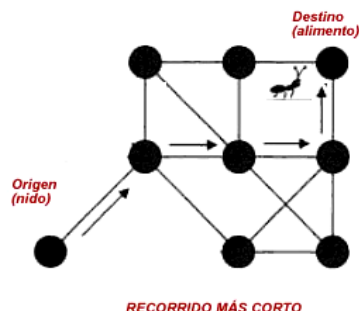
El estudio se refiere a la **optimización de problemas combinatorios complejos**. Se trata de problemas de optimización, donde las soluciones posibles conforman un conjunto discreto (o se puede reducir a éste), y la optimización minimiza una función dada (por ejemplo, de costos). Cuando el tamaño del dominio del problema no es muy grande, se puede abordar con soluciones óptimas globales conocidas como **heurísticas**. Sin embargo, en la medida que el dominio aumenta, el problema se vuelve complejo, y hay que recurrir a soluciones de calidad aunque no sean las óptimas, denominadas **metaheurísticas**.

Las **técnicas heurísticas** son **algoritmos** basados en el conocimiento del dominio, pero cuando se pretenden aplicar a problemas de gran tamaño no producen soluciones globales óptimas. Las **técnicas metaheurísticas** constituyen métodos aproximados, en situaciones en que las correspondientes heurísticas no son efectivas.

Un **algoritmo** es una lista ordenada de operaciones necesarias para obtener la solución a un problema. En consistencia con las técnicas de optimización (heurísticas y metaheurísticas), se distinguen los **algoritmos exactos** (aquellos que pretenden un óptimo global), y los **algoritmos aproximados** (que buscan una solución de alta calidad, aunque no necesariamente la óptima).

Las técnicas metaheurísticas utilizan conceptos de campos diversos como la genética, la biología, las matemáticas, la física o la neurología, entre otros. Una de las recientes, es la *Optimización basada en Colonias de hormigas* (*Ant Colony Optimization, ACO* en inglés).

### Las colonias de las hormigas



En el comportamiento de las hormigas se distingue la búsqueda de alimentos, trazando el camino más corto entre el hormiguero y el emplazamiento de alimentos.

El eje de esa búsqueda es el depósito de **feromona** como **rastro** que orienta el recorrido. Las hormigas prefieren seguir la mayor concentración de feromona, la misma que se consigue

por el recorrido más corto hecho por hormigas (que por esta razón, pueden repetirlo en forma más seguida). En principio siguen rutas aleatorias, pero las que han utilizado las de menor longitud pueden regresar más rápidamente (pues transitan a una velocidad uniforme), y repetir el camino, dejando una mayor densidad de huellas de feromona. Las depositadas en las otras rutas se van evaporando, y dejan de tener interés en los nuevos recorridos. Ello se ilustra en la siguiente figura, adaptada de las imágenes clásicas para este tema.



### Del algoritmo basado en colonias de hormigas

Se simula una colonia de hormigas artificiales que trabajan en grupo y se comunican a través de *rastros* de feromona artificial. Cada hormiga artificial construye una solución al problema recorriendo un grafo de construcción. Cada arista o tramo del grafo tiene dos tipos de información que guían el movimiento de la hormiga.

- La *preferencia* de moverse desde el nodo  $r$  al nodo  $s$  en la arista  $rs$ . Esta preferencia se designa con  $\eta_{rs}$ . El valor no se modifica en el proceso y es función de la distancia entre los nodos.
- La *deseabilidad* aprendida del movimiento de  $r$  a  $s$ . Simula la feromona o rastro depositado, y se va modificando. Se designa con  $\tau_{rs}$ .

### Optimización en el diseño de una estructura

#### Referencia

Charles V. Camp and Barron J. Bichom (University of Memphis, Memphis, Tennessee). *Design of Space Trusses Using Ant Colony Optimization*. Journal of Structural Engineering, Vol 130, N° 5, May 1, 2004. ASCE.

En el artículo se utiliza la técnica de optimización de colonia de hormigas para el diseño óptimo discreto de una estructura espacial. La función objetivo es el peso total (o costo) de la estructura. Las restricciones son el material y el desempeño (definido en términos de límites de esfuerzos y deflexiones). El diseño de la estructura espacial usando variables discretas es transformado en un modelo modificado del *problema del vendedor* (TSP en las siglas en inglés). La red del problema refleja la topología estructural, y la longitud del recorrido es el peso de la estructura. La estructura resultante, mapeada en un recorrido de viajero, es minimizada usando un algoritmo de colonia de hormigas. Se usan variables discretas de diseño, un formato abierto para las restricciones, una función de penalidad para ajustarse a las restricciones de diseño, y se permiten múltiples casos de cargas. Se compara esta optimización con el uso de otros métodos.

#### Optimización de colonia de hormigas

La base fundamental del algoritmo es la simulación de la reacción que exhibe una colonia de hormigas. La sustancia virtual es denominada *rastro*

como símil a la feromona. El algoritmo sigue la estructura computacional básica siguiente.

*Inicio de rutina o ciclo de rastros*

**Do While** (*hasta que el criterio no sea satisfecho*)

**Do Until** (*cada hormiga completa un viaje*)

*Mecanismo de decisión de la hormiga*

*Actualización del rastro local*

**End Do**

*Actualización del ciclo global de rastros*

**End Do**

La **decisión** está basada en la intensidad de rastro presente en cada recorrido entre dos puntos adyacentes.

- El que tiene más rastros, tiene la mayor probabilidad de ser elegido.
- Si no hay rastros, la probabilidad de elección es cero.
- Si todas las rutas tienen igual cantidad de rastros, la decisión es aleatoria.

Cada hormiga elige una ruta usando un mecanismo de decisión. Algunos algoritmos usan una actualización local en la prueba, reduciendo la cantidad de rastro en el recorrido elegido por la hormiga (la cual tendrá menor probabilidad de elegir la misma trayectoria que las anteriores).

La hormiga continúa los recorridos del viaje entre puntos llegando a cada punto hasta haber visitados todos, y regresa a su punto de origen. Cuando regresa al comienzo, la hormiga ha completado un viaje.

Al completar el viaje, se analiza cuán bien resuelve el problema. La intensidad de rastro en cada recorrido en el viaje es ajustada a través de un proceso de actualización global. Los recorridos que mejor resuelven el problema reciben más rastros. De esta manera, cuando todas las hormigas han completado un viaje y todos los viajes son analizados, así como son actualizados los rastros, el ciclo de optimización se ha completado.

Un nuevo ciclo comienza y se repite el proceso. Casi todas las hormigas seguirán el mismo viaje en cada ciclo y convergerá la solución. Se compara la mejor solución en el último ciclo para obtener la solución global.

## Sistema de colonia de hormigas

Este sistema (ACS en inglés) está basado en la propuesta original para el **caso del viajero** (Marco Dorigo, Milano, Italia, en 1992 y siguientes), quien debe recorrer desde su casa todas las ciudades buscando el recorrido más corto.

La distancia entre las ciudades  $i$  y  $j$ , de coordenadas  $(x_i, y_i)$   $(x_j, y_j)$ , respectivamente, se calcula como

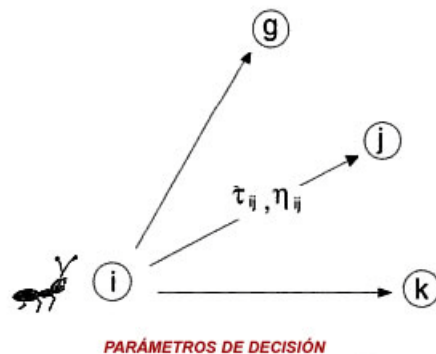
$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

Siendo  $n$  el número de ciudades,  $i$  alguna ciudad,  $b_i(t)$  el número de hormigas en  $i$  en el tiempo  $t$ , el total de hormigas  $m$  resulta:

$$m = \sum_{i=1}^n b_i(t)$$

Cada hormiga tiene las siguientes características:

- Selecciona cuál ciudad será la siguiente a ser visitada. Esta selección está basada en una probabilidad que es función de la *distancia* a la ciudad (o visibilidad) y la cantidad de *rastros* presente en el tramo que conecta las ciudades.



- Tiene memoria sobre las ciudades que ha visitado (según una lista tabú) y las que no ha visitado.
- Cuando ha completado el viaje, deja una sustancia o rastro en cada tramo.

#### ♦ Del rastro

La *intensidad del rastro* en la ruta en cada *tramo* que conecta  $i$  con  $j$  en el tiempo  $t$ , se designa con  $\tau_{ij}(t)$ . En el tiempo  $0$ ,  $\tau_{ij}(0)$  es tan pequeño como una constante pequeña positiva  $\tau_0$ .

En el tiempo  $t$ , cada hormiga elige una ruta y viaja a la siguiente ciudad en el tiempo  $t+1$ .

En cada *iteración* hay  $m$  movimientos provocados por las  $m$  hormigas (cada una haciendo un movimiento) en el intervalo  $(t, t+1)$ .

Un *ciclo* es definido como  $n$  iteraciones, y significa que las  $m$  hormigas han completado un viaje.

Al final de cada iteración, el algoritmo implementa una *actualización local*: reduce el nivel de rastro en los tramos seleccionados por la colonia en la iteración precedente. Cuando una hormiga viaja a la ciudad  $j$  desde la ciudad  $i$ , la regla de actualización ajusta la intensidad del rastro del tramo conectado por

$$\tau_{ij}(t) \leftarrow (1 - \varphi)\tau_{ij}(t) + \varphi\tau_0$$

Donde  $\varphi$  es un parámetro ajustable entre  $0$  y  $1$  que representa la persistencia del rastro. Además:

$$\tau_0 = \frac{1}{nL_{nn}}$$

Donde  $L_{nn}$  es la longitud calculada con el algoritmo heurístico *el vecino más cercano* (se comienza aleatoriamente en una ciudad y se selecciona la siguiente basada en la distancia más corta hasta visitar todas las ciudades).

Al final de cada ciclo la intensidad del rastro es ajustada usando una *actualización global*. El primer paso es calcular la cantidad de rastro dejada en cada tramo, como:

$$\Delta\tau_{ij}^k = \frac{1}{L_k}$$

Donde  $k$  representa alguna hormiga (de  $1$  a  $m$ ). Y  $L_k$  es la longitud del ciclo elegida por una hormiga  $k$ .

El valor total de actualización del rastro para cada tramo es la suma de las cantidades dejadas por cada hormiga que haya seleccionado dicho tramo  $ij$ , y será:

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{i=1}^m \Delta\tau_{ij}^k$$

El valor de la actualización global está determinado por la siguiente expresión:

$$\tau_{ij}(t+n) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \rho\Delta\tau_{ij}$$

Donde  $\rho$  es una constante entre  $0$  y  $1$ , tal que  $(1-\rho)$  representa la evaporación del rastro entre  $t$  y  $t+n$  (el tiempo requerido para completar un ciclo).

#### ◆ De la visibilidad

El sistema admite que las hormigas posean una cantidad de *visibilidad*  $\eta_{ij}$ , asociada con cada tramo, en un valor que depende de la distancia del mismo (los cercanos tienen mayor preferencia que los lejanos).

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$$

#### ◆ Probabilidad de preferencia

La combinación de la visibilidad con la intensidad del rastro, resultan en:

$$a_{ij}(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in \text{permitidas}} [\tau_{il}(t)]^\alpha [\eta_{il}]^\beta}$$

Se trata de la proporción respecto a las ciudades vecinas permitidas desde la ciudad  $i$ . Los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes usadas para controlar la importancia de los valores de los rastros locales y visibles.

La probabilidad  $p_{ij}^k$  de que la hormiga  $k$  elija ir de  $i$  a  $j$  en el tiempo  $t$  es:

$$p_{ij}^k(t) = \frac{a_{ij}(t)}{\sum_{l \in \text{permitidas}} a_{il}(t)}$$

Si la hormiga no está permitida a viajar a la ciudad  $j$ , entonces  $p_{ij}^k=0$ .