

# Capacidad del vidrio estructural

## *Elementos de la teoría de Weibull. Capacidad de carga del vidrio estructural.*

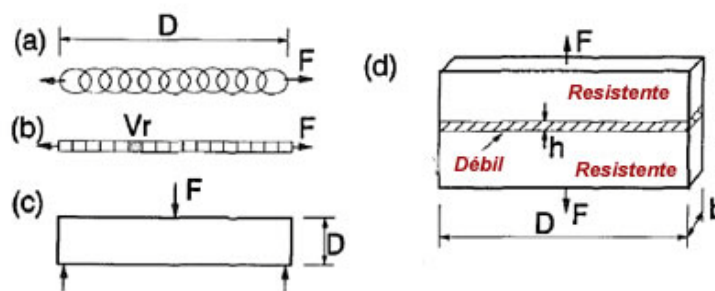
### Elementos de la teoría de Weibull

#### Referencia

Esta descripción está tomada de un trabajo en la Universidad Northwestern, Evanston, Illinois.

Zdenek P. Bazant, Yuping Xi and Stuart G. Reid. *Statistical Effect in Quasi Brittle Structures: I. Is Weibull Theory Applicable?* Journal of Engineering Mechanics. Vol 117, N° 11, November, 1991. ASCE. USA.

Se trata de Waloddi Weibull, ingeniero y matemático suizo (1887 - 1979). Su teoría tiene muchas aplicaciones en temas de *confiabilidad* en ingeniería.



#### CASOS DE APLICACIÓN PARA LA DISTRIBUCIÓN DE WEIBULL

Considérese los elementos en cadena de la primera figura. Cada elemento tiene la misma resistencia,  $\sigma$ , con distribución de probabilidades  $P_1(\sigma)$  como probabilidad de falla (aquella probabilidad de que la resistencia del elemento sea menor que el esfuerzo aplicado  $\sigma$ ). La probabilidad de supervivencia de este elemento será  $1-P_1$ . La supervivencia del total de la cadena,  $1-P_f$ , requiere que el total de los elementos sobrevivan, y por lo tanto su probabilidad será la probabilidad-conjunta de la cadena de  $N$  elementos:

$$1-P_f = (1-P_1)(1-P_1)\dots(1-P_1) \text{ o bien } 1-P_f = (1-P_1)^N$$

Formulado en otra forma  $\ln(1-P_f) = N \ln(1-P_1)$ . Si  $P_1$  es muy pequeño, se puede aproximar  $\ln(1-P_1) \approx -P_1$ . Por lo tanto:  $\ln(1-P_f) = -NP_1$ . O bien

$$P_f(\sigma) = 1 - \exp[-NP_1(\sigma)]$$

También puede expresarse  $N=V/V_r$  donde  $V$  es el volumen del cuerpo, y  $V_r$  un elemento individual representativo en la cadena (el más pequeño que puede ser tratado como un continuo).

Para describir la distribución estadística de  $P_1$ , Weibull (1939, 1951) introdujo la fórmula

$P_1(\sigma) = [(\sigma - \sigma_u) / \sigma_0]^m$ . Donde  $\sigma_0$  y  $\sigma_u$  son parámetros del material (el primero un parámetro de escala, y el segundo un umbral de resistencia),  $m$  es un parámetro de forma o módulo de Weibull.

## Capacidad de carga del vidrio estructural

### Referencia

A partir de los materiales básicos: sodio, cal, sílice, alúmina y pequeñas cantidades de agentes finos, que conducen al vidrio común, la preparación de *vidrio templado* requiere su sometimiento de altas temperaturas y enfriado rápido. Este proceso conduce generalmente a un material con *esfuerzos residuales*: de compresión cerca de su superficie y de tracción en su interior. Se consigue incrementar la resistencia estructural y al impacto, así como mejorar la resistencia a la flexión.

Para liberar los esfuerzos residuales, el vidrio se somete a un nuevo calentamiento (o recocido) a temperaturas menores a la del templado y el luego es enfriado, se trata del *vidrio revenido*.

La investigación que se presenta ha sido realizada en el Laboratorio de Mecánica y Tecnología, Escuela Normal Superior de Cachan, Universidad de París, Francia.

Hélène Carré and L. Daudeville. *Load-Bearing Capacity of Tempered Structural Glass*. Journal of Engineering Mechanics, Vol 125, N° 8, August 1999. ASCE. USA.

El artículo presenta un método para el análisis de falla de vidrio estructural de construcción. Como consecuencia del templado, el vidrio resulta pre-esforzado. Primero, los esfuerzos residuales en placas de vidrio templado son simulados usando el método de elementos finitos. Se modelan esfuerzos y relajación así como los efectos de borde. La resistencia a la falla (en vidrio revenido) se obtiene por análisis estadístico en pequeños especímenes. Los resultados se asocian a una predicción estadística en grandes placas templadas. Se verifica la predicción con resultados experimentales a la flexión en cuatro puntos hasta la falla.

### Introducción

Al aumentar el uso del vidrio en construcción (en postes, vigas, muros) se necesita conocer mejor su comportamiento estructural y su vida útil. Se simula el proceso de templado para estudiar los esfuerzos transitorios y residuales, especialmente cerca de los bordes y de los agujeros. En esta investigación se les estudia por elementos finitos vía un modelo tridimensional.

Se utiliza un modelo de Weibull para estudiar la confiabilidad del análisis de falla en especímenes pequeños de vidrio revenido. Se le modifica para incluir el efecto de velocidad de carga.

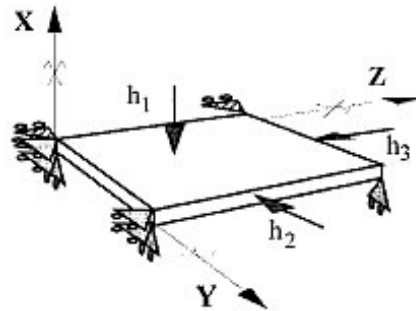
El propósito del estudio es predecir la resistencia de grandes elementos estructurales. El origen de la fractura es por daño mecánico en el pulido del vidrio. De un tamaño de 10 a 100  $\mu\text{m}$  produce resultados catastróficos. En placas templadas la distribución de esfuerzos bajo flexión es casi uniforme en la vecindad de grietas de borde.

Se propone un modelo mixto para la predicción de la resistencia: una simulación numérica para los esfuerzos residuales y un modelo probabilístico de vidrio con grietas de la máquina para los esfuerzos al nivel de falla.

### Simulación del efecto térmico

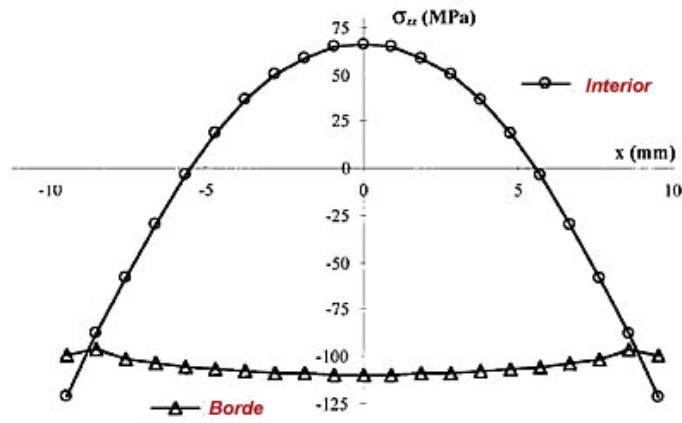
El enfriado rápido del vidrio templado provoca esfuerzos residuales en su interior (de tensión) y cerca de la superficie (de compresión). Ello porque en el enfriamiento la superficie se contrae más rápidamente que en el núcleo.

El comportamiento varía entre los estados de *vidrio* y *líquido*. Al comienzo la temperatura es constante a la que sigue un proceso de relajación viscosa de esfuerzos.



**MODELO DE ELEMENTO FINITO**

Para el modelo por elementos finitos el origen de la fractura se localiza en los bordes de la placa. La malla es refinada en las zonas de alta gradiente, en el espesor de la placa ( $x$ ) y cerca del borde ( $y$ ). Las constantes térmicas son  $h_1$ ,  $h_2=h_3$ . Se aprovecha la simetría para estudiar una porción de la placa.

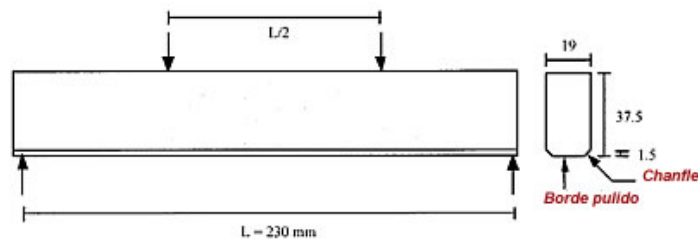


**VARIACIÓN CALCULADA DE ESFUERZOS EN EL ESPESOR (EN EL BORDE Y EN EL INTERIOR)**

Como resultado, los esfuerzos residuales internos así calculados, tienen una forma parabólica a lo largo del espesor. En el borde, es casi constante.

### Parámetros de fractura

La fractura del vidrio está gobernada por su propagación y por su distribución aleatoria. La resistencia del vidrio depende de la velocidad y de la duración de la carga.

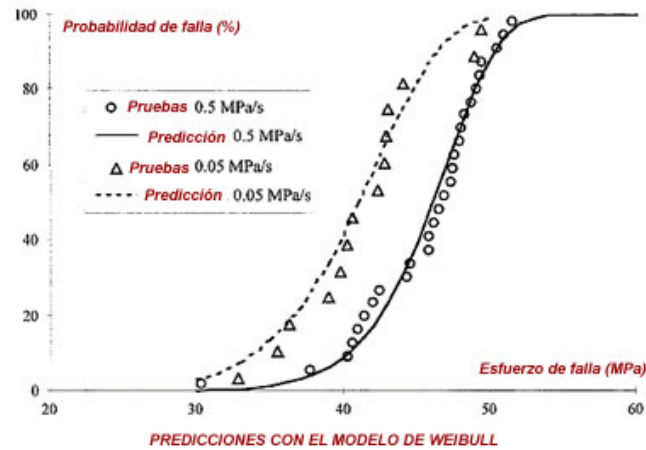


**PRUEBA DE FLEXIÓN EN CUATRO PUNTOS**

El modelo de Weibull referido a una superficie  $S$  en la parte pulida de una placa bajo flexión es:

$$P_f = 1 - \exp\left[-\frac{1}{S_0} \int_S \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^m\right]$$

Se efectuaron pruebas en pequeños especímenes sometidos a cargas con distinta velocidad. Los resultados se ajustan a la predicción de Weibull para las probabilidades acumulativas. Según el estudio, la media del esfuerzo de falla para 0.05 MPa/s es menor que la correspondiente a 0.5 MPa/s.



### Propuesta de predicción

Se basa en la superposición de los resultados con elementos finitos (para esfuerzos residuales) y del modelo de Weibull (para la falla en vidrio revenido).

- Los esfuerzos residuales en vidrio templado pueden asumirse como determinísticos.
- La distribución de fallas en la superficie no está afectada por el proceso de templado.

*Resistencia del vidrio templado (T) = Resistencia del vidrio revenido (A) (según el modelo de Weibull) + Esfuerzos residuales (R) (según el método de elementos finitos).*